

# 钢管混凝土框架力学性能的简化二阶弹塑性分析

王文达<sup>1,2</sup>, 韩林海<sup>1</sup>

(1. 清华大学 土木工程系, 北京 100084; 2. 兰州理工大学 土木工程学院, 兰州 730050)

**摘要:** 为快速得到钢管混凝土柱-钢梁框架的荷载-位移曲线, 提出了一种简化二阶弹塑性分析方法。通过建立基于塑性铰理论的梁柱单元方程, 采用变刚度法进行了钢管混凝土框架的二阶弹塑性分析。简化计算结果与有关试验结果及非线性有限元计算结果总体上吻合较好, 在此基础上, 给出了单层钢管混凝土框架的荷载-位移曲线的实用计算方法。

**关键词:** 钢管混凝土柱; 钢梁; 框架; 二阶弹塑性分析; 实用方法

中图分类号: TU 398

文献标识码: A

文章编号: 1000-0054(2009)09-0023-04

## Simplified second-order elastic-plastic analyses on mechanics behavior of concrete filled steel tubular frame

WANG Wenda<sup>1,2</sup>, HAN Linhai<sup>1</sup>

(1. Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. College of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** A simplified second-order elastic-plastic analyses method was developed to quickly determine the load-displacement curve for composite frames composed of concrete filled steel tubular (CFST) columns and H shaped steel beams. The beam-column element equations are based on plastic hinge theory and a variational stiffness model. The load-deformation curves of a CFST frame were then obtained by using the second-order elastic-plastic analysis method conveniently and quickly. The results agree well with experimental and FEM results. On the base of this, the practice load versus displacement curve model of CFST frames was proposed.

**Key words:** concrete filled steel tubular column; steel beam; frame; second-order elastic-plastic analysis; practical method

钢管混凝土柱-钢梁框架是钢管混凝土结构中最常用的结构形式之一, 深入研究钢管混凝土框架结构的力学性能具有重要意义。对钢管混凝土柱-钢梁框架主要集中在低周往复荷载作用下的试验研究, 而对力学性能的理论分析<sup>[1-2]</sup>相对较少。钢管混

凝土框架结构的精确意义上的理论分析一般为, 考虑几何非线性和材料非线性的二阶弹塑性分析方法<sup>[3]</sup>, 需要考虑材料塑性沿构件截面和长度两个方向的发展, 但这种考虑分布塑性的二阶弹塑性分析方法较复杂。

本文研究一种钢管混凝土柱-钢梁刚接框架的近似简化二阶弹塑性分析方法, 以便快速地进行其力学性能分析, 获得所需要的指标, 建立钢管混凝土框架荷载( $P$ )-位移( $\Delta$ )曲线的实用计算方法。

## 1 钢管混凝土框架 $P$ - $\Delta$ 曲线的特征

通过对文[4]中钢管混凝土框架试件的  $P$ - $\Delta$  骨架线分析, 发现所有试件的  $P$ - $\Delta$  骨架线基本上可分为3个阶段: 即弹性段、弹塑性段和下降段。当柱轴压比较小时, 骨架曲线的弹塑性段较为平缓, 且有一段接近水平的强化阶段; 而当柱轴压比较大时, 骨架曲线弹塑性段的强化趋势不明显, 曲线会很快出现下降段。

## 2 力学性能的简化二阶分析

### 2.1 基本假设

本文基于以下假设: 1) 框架的荷载全部作用在节点上且荷载无偏心, 忽略节点刚域的影响; 2) 忽略杆件轴向变形的影响, 两框架柱几何及材料性质相同且承受相同轴力; 3) 当单元出现塑性铰时, 塑性铰区仅出现在一个截面上, 而其余部分仍保持弹性, 即所有截面都假定具有双线性的理想弹塑性弯矩-曲率关系。

图1a是单层单跨框架, 当只在柱顶施加轴向荷

收稿日期: 2008-10-13

基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金项目  
(20070003087);

中国博士后科学基金资助项目 (20080430404)

作者简介: 王文达(1976—), 男(汉), 甘肃, 博士后。

通讯联系人: 韩林海, 教授, E-mail: lhhan@tsinghua.edu.cn

载,梁端施加水平荷载时,其可能的最终破坏方式是梁端及柱端附近出现塑性铰。分析时,可简化为图1b所示的半刚架。

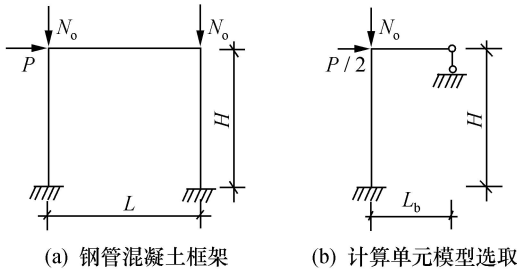


图1 钢管混凝土框架及计算单元模型选取

### 2.2 梁柱单元增量刚度矩阵

图1框架中的框架梁和框架柱均可以认为是梁柱单元,其基本单元变形前后的关系如图2所示。

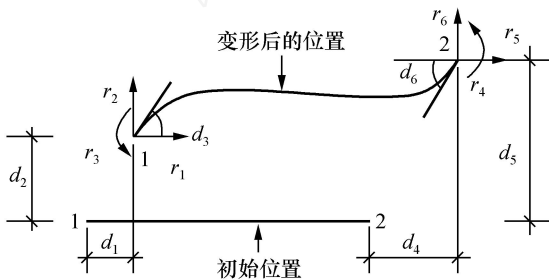


图2 典型梁柱单元

图2中单元节点位移为 $d_i (i=1, \dots, 6)$ ,而单元杆端力为 $r_i (i=1, \dots, 6)$ ,利用有限元法可以建立单元节点位移和杆端力之间的关系为<sup>[3]</sup>

$$r = kd \quad (1)$$

式中:  $r = (r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6)^T$  为单元力矢量;  $d = (d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6)^T$  为单元位移矢量;  $k$  为单元刚度矩阵,按下式计算:

$$k = k_0 + EA k_1/2 + EA k_2/3 = k_0 + k_g \quad (2)$$

其中:  $k_0$  为一般框架单元的一阶刚度矩阵;  $k_1$  和  $k_2$  分别由单元位移的线性函数和二次函数组成,这两个对称矩阵考虑了增量步长间轴力与横向位移的变化;  $EA$  为单元轴压刚度;  $k_g$  为几何刚度矩阵。若忽略杆件轴向变形,则式(2)表示的考虑二阶效应的梁柱单元的弹塑性增量刚度矩阵为

$$k = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 12/L^2 & 6/L & -12/L^2 & 6/L \\ & 4 & -6/L & 2 \\ & & 12/L^2 & -6/L \\ & & & 4 \end{bmatrix} +$$

$$\frac{N_0}{L} \begin{bmatrix} 6/5 & L/10 & -6/5 & L/10 \\ & 2L^2/15 & -L/10 & -L^2/30 \\ & & 6/5 & -L/10 \\ & & & 2L^2/15 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中:轴力 $N_0$ 以受拉为正,受压为负;  $EI$  为梁柱单元的抗弯刚度;  $L$  为单元长度。

此时局部坐标系下单元的增量刚度方程为

$$\Delta \bar{F}^e = \bar{k} \Delta \bar{d}^e \quad (4)$$

式中:  $\Delta \bar{F}^e = (\Delta V_1, \Delta M_1, \Delta V_2, \Delta M_2)^T$  为单元局部坐标系内的单元杆端力矢量;  $\Delta \bar{d}^e = (\Delta v_1, \Delta \theta, \Delta v_2, \Delta \theta_2)^T$  为单元局部坐标系内的单元杆端位移矢量;  $\bar{k}$  为单元增量刚度矩阵,同式(3)。其中  $\Delta V_1, \Delta M_1, \Delta V_2, \Delta M_2$  分别为单元的1端及2端的杆端剪力和弯矩增量,  $\Delta v_1, \Delta \theta, \Delta v_2, \Delta \theta_2$  分别为单元的1端及2端的杆端竖向位移和转角增量。

### 2.3 基于塑性铰理论的梁柱单元方程

当单元两端均未出现塑性铰时,单元均处于弹性状态,其单元增量刚度方程同式(4)。当单元1端出现塑性铰后,塑性铰截面的弯矩保持为塑性极限弯矩 $M_y$ 不变,其单元增量刚度方程中对应于 $\Delta M_1$ 的各元素均为零。此时的单元增量刚度方程为

$$\begin{Bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta M_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta M_2 \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} \frac{3}{L^2} & 0 & -\frac{3}{L^2} & \frac{3}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{L^2} & 0 & \frac{3}{L^2} & -\frac{3}{L} \\ \frac{3}{L} & 0 & -\frac{3}{L} & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta v_1 \\ \Delta \theta \\ \Delta v_2 \\ \Delta \theta_2 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

用矩阵形式表示为

$$\Delta \bar{F}^e = \bar{k}_{p1} \Delta \bar{d}^e = (\bar{k}_{01} + \bar{k}_{g1}) \Delta \bar{d}^e \quad (6)$$

其中:  $\bar{k}_{01}$  为一般框架单元的一阶单元刚度矩阵;  $\bar{k}_{g1}$  为单元几何刚度矩阵。

当单元2端或1、2端均出现塑性铰后,其单元增量刚度方程的处理方法类似。

### 2.4 二阶弹性分析

图1b的计算单元模型中,设框架柱、框架梁的抗弯刚度分别为 $(EI)_c$ 及 $(EI)_b$ ,为叙述方便,令水

平力  $P/2 = H_L$ , 框架梁跨度  $L_b = L/2$ , 框架柱高度  $H$ 。利用修正转角位移方程的梁柱法, 考虑几何非线性影响, 可建立梁柱节点处梁、柱单元的刚度方程, 并推导出柱顶水平荷载  $H_L$  与水平位移  $\Delta$  之间的关系为

$$H_L = \left[ \left( \frac{12i_c}{H^2} - \frac{6N_o}{5H} \right) - \frac{\left( -\frac{6i_c}{H} + \frac{N_o}{10} \right)^2}{4i_c + 3i_b - \frac{2N_o H}{15}} \right] \Delta \quad (7)$$

$$i_b = (EI)_b/L_b, \quad i_c = (EI)_c/H.$$

式中  $i_b$  和  $i_c$  分别为梁及柱的线刚度比。

### 2.5 二阶弹性-塑性铰分析

当梁柱屈服弯矩比  $k_m = M_{pb}/M_{pc} < 1$  时, 框架即为“强柱弱梁”型, 塑性铰首先在梁端形成, 其中  $M_{pb}$ 、 $M_{pc}$  分别为框架梁、框架柱的屈服弯矩。当梁端首先出现塑性铰后, 梁端弯矩  $M_b = M_{pb} = k_m M_{pc}$ , 解出相应的结点转角, 代入其转角位移方程中, 可得到对应的水平位移  $\Delta_{yb}$  为

$$\Delta_{yb} = \frac{\left[ 4i_c - \frac{2N_o H}{15} + 3i_b \right] k_m M_{pc}}{\left[ \frac{6i_c}{H} - \frac{N_o}{10} \right] 3i_b} \quad (8)$$

当梁端出现塑性铰时, 图 1b 的框架计算单元中框架柱上端弯矩由于要满足结点平衡条件, 也等于  $k_m M_{pc}$ , 全部框架柱单元均处于弹性阶段, 因此可由框架柱的二阶弹性分析得到对应的框架柱柱脚弯矩  $M_{1c}$ , 引入框架柱下端的边界条件  $\Delta_1 = 0$  和  $\theta_1 = 0$ , 则得到  $M_{1c}$  表达式为

$$M_{1c} = \left[ -\frac{6i_c}{H} + \frac{N_o}{10} \right] \Delta_{yb} + \left[ 2i_c + \frac{N_o H}{30} \right] \frac{k_m M_{pc}}{3i_b} \quad (9)$$

随着荷载继续增加, 下一个塑性铰将会在柱脚截面出现。可采用悬臂柱模型确定此部分增量荷载和位移之间的关系, 其对应的水平位移增量  $\Delta u$  为

$$\Delta u = \frac{4i_c - \frac{2N_o H}{15}}{\left[ \frac{12i_c}{H^2} - \frac{6N_o}{5H} \right] \left[ 4i_c - \frac{2N_o H}{15} \right] - \left[ \frac{6i_c}{H} - \frac{N_o}{10} \right]^2} \left( \frac{M_{pc} - M_{1c}}{H} \right) \quad (10)$$

### 2.6 二阶刚性-塑性分析

当钢管混凝土框架梁、柱均出现塑性铰后, 框架即形成为机构, 随着位移增加荷载下降。框架结构破坏机构的形成是在二阶弹性-塑性铰曲线与二阶刚

性-塑性曲线的交点上(即结构的极限承载力处), 结构进入下降段后, 其荷载-位移曲线按照二阶刚-塑性曲线变化。当框架结构形成机构后, 荷载-位移曲线则主要受到框架柱强化刚度的影响。由于钢管混凝土柱的弯矩曲率模型一般并非理想弹塑性双线性模型<sup>[5]</sup>, 因此需要对其弯矩( $M$ )-曲率( $\Phi$ )模型进行修正以适应本文的基本假设。可采用双分量模型来描述钢管混凝土柱, 假设每一个杆件由两个互相平行的杆件组成, 一根是理想的弹塑性杆件, 另一根是弹性杆, 如图 3 所示<sup>[6]</sup>。

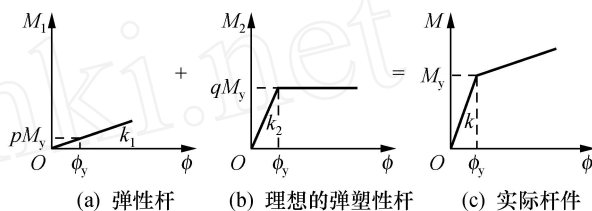


图 3 刚度双分量  $M-\Phi$  模型示意图

在图 3 所示的弯矩-曲率关系中, 杆件刚度  $k$  可由弹性杆件的弹性刚度分量  $k_1$  和理想弹塑性杆件的弹塑性刚度分量  $k_2$  相加表示为

$$k = k_1 + k_2 \quad (11)$$

式中  $k_1 = pk$ ,  $k_2 = qk$ , 且  $p + q = 1$ ,  $p$  为双线性弯矩-曲率模型中的强化系数, 参见文[5]取值。考虑双线性模型时梁柱单元的增量刚度矩阵需对式(3)进行相应修正。

对框架柱的二阶刚-塑性分析可得到水平荷载增量  $\Delta H_L$  和对应的水平位移增量  $\Delta u$  的关系为

$$\Delta H_L = \left[ p \left( \frac{12EI}{L^3} - \frac{6N_o}{5L} \right) - \frac{p \left( \frac{6EI}{L^2} - \frac{N_o}{10} \right)^2}{\frac{4EI}{L} - \frac{2N_o L}{15}} - (1-p) \frac{N_o}{L} \right] \Delta u \quad (12)$$

将钢管混凝土框架的简化二阶弹塑性分析方法计算  $P-\Delta$  关系曲线的过程可归纳为: 进行钢管混凝土框架的二阶弹性分析, 得到  $P-\Delta$  关系曲线弹性段指标, 即确定弹性段刚度; 考虑弹塑性段材料塑性的发展, 进行框架二阶弹性-塑性铰模型分析, 确定  $P-\Delta$  关系曲线弹塑性段的峰值点荷载和对应的位移; 采用二阶刚性-塑性分析, 确定  $P-\Delta$  关系曲线下降段的刚度。

### 3 钢管混凝土框架 $P-\Delta$ 曲线实用计算方法

结合钢管混凝土框架  $P-\Delta$  曲线的特征, 可采用

三折线型模型来模拟, 简化模型如图4所示, 模型可分为弹性段 $OA$ , 弹塑性段 $AB$ 和下降段 $BC$ 。 $A$ 点为曲线弹性阶段终点,  $B$ 点为最大荷载 $P_{max}$ , 对应的水平位移为 $\Delta_p$ 。经算例分析<sup>[7]</sup>,  $A$ 点的水平荷载大小取 $P_A = 0.6P_{max}$ 。

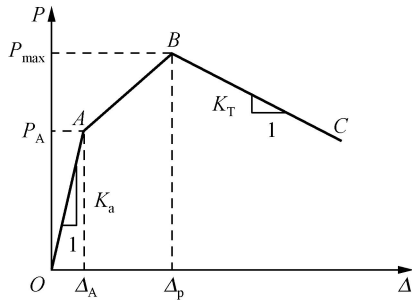


图4 钢管混凝土框架简化 $P-\Delta$ 曲线

图4的简化 $P-\Delta$ 曲线模型中需要确定以下几个参数: 框架的弹性阶段刚度( $K_A$ ), 由二阶弹性分

析得到;  $B$ 点位移( $\Delta_p$ )和最大水平荷载( $P_{max}$ ),  $\Delta_p$ 即为框架结构的最大水平荷载 $P_{max}$ 对应的位移, 是二阶弹性-塑性铰分析得到的弹塑性位移与弹性位移 $\Delta_A$ 之和;  $K_T$ 则由框架的二阶刚-塑性分析得到; 最大水平荷载 $P_{max} = 2P_c$ , 其中 $P_c$ 为相应框架柱水平承载力, 计算时框架柱的计算长度系数可按式取值<sup>[7]</sup>:

$$\mu = \sqrt{\frac{3.75i_b/i_c + 4}{3.75i_b/i_c + 1}} \quad (13)$$

#### 4 简化模型的验证

图5所示分别为采用本文 $P-\Delta$ 简化模型计算的文[4]中部分框架试件的 $P-\Delta$ 试验骨架曲线与文[2]中非线性有限元计算曲线对比, 可见二者总体上吻合。

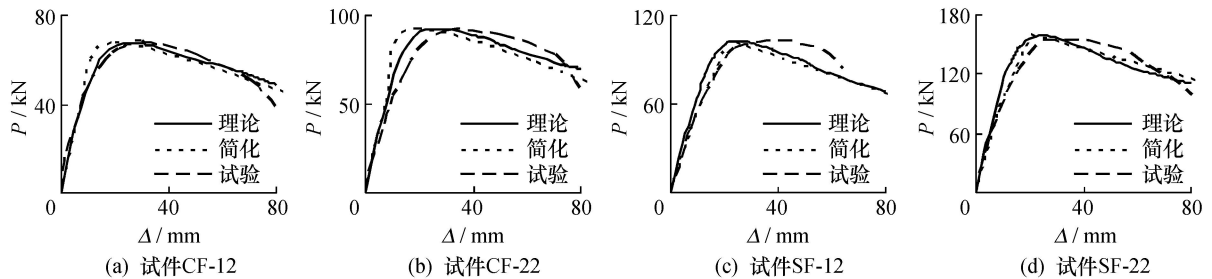


图5 试验框架试件 $P-\Delta$ 试验及理论骨架曲线与简化模型对比

#### 5 结 语

本文在对钢管混凝土框架典型荷载-位移曲线特征分析的基础上, 通过建立基于塑性铰理论的梁柱单元方程, 对钢管混凝土柱构件采用双分量模型来描述其弯矩-曲率模型, 采用变刚度法分别进行了钢管混凝土框架的二阶弹性分析、二阶弹性-塑性铰分析及二阶刚性-塑性分析, 最终得到了其简化的全过程二阶分析方法。该方法可较为准确地快速确定钢管混凝土框架的荷载-位移曲线的各控制点指标, 简化方法得到的荷载-位移曲线与钢管混凝土柱-钢梁平面框架的实验结果及非线性有限元计算结果总体上吻合较好。在此基础上, 提出了单层钢管混凝土框架的荷载-位移曲线实用计算模型。

#### 参考文献 (References)

[1] 张文福 单层钢管混凝土框架恢复力特性研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2000  
ZHANG Wenfu. Research on resilience performance of single floor concrete-filled steel tubular frame [D]. Harbin: Harbin University of Technology, 2000 (in Chinese)

[2] 王文达, 韩林海 钢管混凝土框架力学性能的非线性有限元分析[J]. 建筑结构学报, 2008, 29(6): 75-83  
WANG Wenda, HAN Linhai. Nonlinear finite element analysis on mechanical performance of concrete filled steel tubular frame [J]. *Journal of Building Structures*, 2008, 29(6): 75-83 (in Chinese)

[3] Chen W F, Toma S. Advanced analysis for steel frames: Theory, Software and Applications [M]. Boca Raton, Florida: CRC Press, 1994

[4] 王文达, 韩林海, 陶忠 钢管混凝土柱-钢梁平面框架抗震性能的试验研究[J]. 建筑结构学报, 2006, 27(3): 48-58  
WANG Wenda, HAN Linhai, TAO Zhong. Experimental research on seismic behaviour of concrete-filled CHS and SHS columns and steel beam planar frames [J]. *Journal of Building Structures*, 2006, 27(3): 48-58 (in Chinese)

[5] 韩林海 钢管混凝土结构-理论与实践(第二版)[M]. 北京: 科学出版社, 2007

[6] 吕西林, 金国芳, 吴晓涵 钢筋混凝土结构非线性有限元理论与应用[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997

[7] 王文达, 韩林海 钢管混凝土框架实用荷载-位移恢复力模型研究[J]. 工程力学, 2008, 25(11): 62-69  
WANG Wenda, HAN Linhai. Research on practical load versus displacement resilience model of concrete filled steel tubular frame [J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(11): 62-69 (in Chinese)